A feladatok közül tetszőleges számú kiváltható ehavi KöMaL-feladat megoldásának beadásával is. Lehetőleg minden feladat megoldása kerüljön külön lapra, egyedül az 1.-3., illetve 4.-6. feladatoké lehet egy-egy lapon. Aki e-mailben küldi be a megoldásait, küldje el mindkettőnknek!

1. feladat Adott a Fibonacci sorozat ($F_0 = 1$; $F_1 = 1$; $F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$). Milyen értéket vehet fel a $F_n \cdot F_{n+3} - F_{n+1} \cdot F_{n+2}$ kifejezés?

2. feladat Bizonyítsuk be, hogy

$$\operatorname{arctg}\left(\frac{1}{F_{2n+1}}\right) = \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{F_{2n+2}}\right) + \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{F_{2n+3}}\right).$$

3. feladat Határozzuk meg az alábbi kifejezés pontos értékét.

$$\sum_{i=1}^{\infty} = \frac{1}{F_{2i}}$$

4. feladat Mutassuk meg, hogy ha a, b és c valamely egységnyi kerületű háromszög oldalai, akkor

$$a^2 + b^2 + c^2 + 4abc < \frac{1}{2}$$

5. feladat Megadható-e 2022 pont egy egységsugarú körön úgy, hogy bármely 2 távolsága racionális?

6. feladat Egy 100×100-as sakktáblán kijelölünk 30 mezőt úgy, hogy összefüggő területet alkossanak, vagyis bármely kijelölt mezőből el lehessen jutni bármelyik másikba úgy, hogy oldalszomszédos kijelölt mezőkre léphetünk át (akárhányszor). Mutassuk meg, hogy ekkor a kijelölt mezőkön mindig el lehet helyezni 8 darab 1×2-es dominót átfedés nélkül úgy, hogy minden dominó a sakktábla két szomszédos mezőjét fedi le.